Altersgruppe Klasse 5

Aufgabe 1

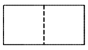
Hier findest du sieben Zahlenfolgen. Sie fangen – bis auf die letzte – immer mit den Zahlen 2 und 3 an, gehen dann aber unterschiedlich weiter: Sie sind jeweils nach einer anderen Vorschrift aufgebaut. Setze jede Zahlenfolge um drei Zahlen fort und gib jeweils die Vorschrift an.

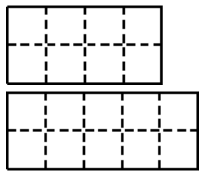
a) 2, 3, 5, 8, 12, 17, 23, 30, ___, ___, ___
b) 2, 3, 4, 5, 3, 4, 5, 6, 4, 5, 6, ___, ___, ___
c) 2, 3, 6, 7, 14, 15, 30, 31, 62, ___, ___, ___
d) 2, 3, 4, 3, 5, 7, 5, 8, 11, 8, 12, 16, ___, ___, ___
e) 2, 3, 3, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 6, ___, ___, ___
f) 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, ___, ___, ___
g) 1, 1, 2, 4, 8, 16, ___, ___, ___

Aufgabe 2

In der Turnhalle der Linden-Schule stehen mehrere gleich lange Bänke. Zwei Gruppen haben gerade gemeinsam Sport. Es setzen sich immer sechs Kinder auf eine Bank, aber die letzte Bank wird nicht voll; da sitzen nur drei Kinder. Wenn sich nur fünf Kinder auf eine Bank setzen würden, dann würden nicht alle Kinder sitzen konnen, vier von ihnen müssten stehen.

a) Wie viele Kinder sind in der Turnhalle, und wie viele Bänke stehen dort?

Am Ende der Stunde soll Nick aufräumen. Er soll vier Zweierhocker 
(bestehend aus 2 Kästchen auf dem Rechenpapier) auf die nebenstehende Fläche stellen.



b) Zeichne alle Möglichkeiten auf, wie er die vier Hocker auf die Fläche stellen kann.
c) Nun kommt Lucas angerannt. Er hat noch einen fünften Zweierhocker gefunden. Zeichne wieder alle Möglichkeiten auf, wie sie jetzt die fünf Hocker auf die neue, größere Fläche stellen können.

Aufgabe 3

Jens kommt kurz vor seinem Geburtstag zu seinem Opa. Opa holt einen großen Sack mit vielen Münzen und sagt: ”Pass’ mal auf, Jens. In diesem Sack sind viele Münzen mit allen Werten, die es gibt, also 1 Cent, 2 Cent, 5 Cent, 10 Cent, 20 Cent, 50 Cent, 1 Euro und 2 Euro. Du darfst dir davon 20 Münzen aussuchen – halt, stopp, warte.
Du musst zwei Bedingungen erfüllen:
1. Aus diesen 20 Münzen musst Du zwei Geldbeträge gleichzeitig auf den Tisch legen können; einer soll 5,34 € betragen, der andere 4,66 €. Zehn Euro sind dir also sicher.
2. Jeder Münzwert soll auf dem Tisch mindestens einmal vorkommen.
So, wie viel Geld schenke ich dir maximal?“

a) Beantworte die Frage für Jens.
b) Wie viel hätte Jens maximal geschenkt bekommen, wenn er die Geldbeträge 5,35 € und 4,65 € hätte legen sollen und Opa immer noch gefordert hätte, dass alle Münzwerte auf dem Tisch mindestens einmal vorkommen?

" ....

Erklärung

Ich erkläre hiermit, dass ich die Aufgaben ohne fremde Hilfe gelöst habe.
Name, Anschrift und Schule bitte in Druckschrift)

VORNAME: .... **NAME:** ....

STRASSE: .... **PLZ:** .... **DORTMUND**

TELEFON: ....

SCHULE: .... **KLASSE:** ....

DATUM: .... **UNTERSCHRIFT:** ....

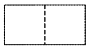
Schicke Deine Lösungen mit der ausgefüllten, abgetrennten Erklärung (siehe oben) bis zum 01.10.2009 (Poststempel) an das:
Immanuel-Kant-Gymnasium, Stichwort: „Mathematik-Wettbewerb“, Grüningsweg 42 – 44, 44319 Dortmund

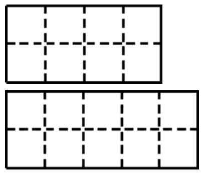
Altersgruppe Klasse 6

Aufgabe 1

In der Turnhalle der Linden-Schule stehen mehrere gleich lange Bänke. Zwei Gruppen haben gerade gemeinsam Sport. Es setzen sich immer sechs Kinder auf eine Bank, aber die letzte Bank wird nicht voll; da sitzen nur drei Kinder. Wenn sich nur fünf Kinder auf eine Bank setzen würden, dann würden nicht alle Kinder sitzen konnen, vier von ihnen müssten stehen.

a) Wie viele Kinder sind in der Turnhalle, und wie viele Bänke stehen dort?

Am Ende der Stunde soll Nick aufräumen. Er soll vier Zweierhocker  (bestehend aus 2 Kästchen auf dem Rechenpapier) auf die nebenstehende Fläche stellen.



b) Zeichne alle Möglichkeiten auf, wie er die vier Hocker auf die Fläche stellen kann.

c) Nun kommt Lucas angerannt. Er hat noch einen fünften Zweierhocker gefunden. Zeichne wieder alle Möglichkeiten auf, wie sie jetzt die fünf Hocker auf die neue, größere Fläche stellen können.

Aufgabe 2

Maria und Rebecca kramen auf dem Dachboden beim Opa in alten Kisten. Opa war Mathematiklehrer und hat sich gerne Kryptogramme ausgedacht. Sie finden vier Stück und wollen sie nun lösen. Beim Knobeln stellen sie fest, dass das gar nicht so einfach geht, denn es sind Kryptogramme dabei, die mehrere Losungen haben.
In einem Kryptogramm werden gleiche Buchstaben durch gleiche Ziffern ersetzt und verschiedene Buchstaben durch verschiedene Ziffern. Der erste Buchstabe jeder Zahl darf keine 0 sein.

a) Finde eine Lösung des Kryptogramms:

$$\begin{array}{cccc} & A & B & B \\ + & B & B & A \\ \hline C & A & B & C \end{array}$$

b) Finde alle Lösungen des Kryptogramms:

$$\begin{array}{ccc} & A & B \\ + & A & C \\ \hline D & C & B \end{array}$$

c) Finde eine Lösung des Kryptogramms:

$$\begin{array}{cccc} & A & B & C \\ + & D & E & F \\ \hline & G & H & I \end{array}$$

d) Finde drei verschiedene Lösungen des Kryptogramms. In jeder der drei Losungen soll der Buchstabe A durch eine andere Ziffer ersetzt werden.

$$\begin{array}{cccc} & A & B & C \\ - & F & A & C \\ \hline & B & A & G \end{array}$$

Aufgabe 3

Jede natürliche Zahl hat eine eindeutige Zerlegung in Primfaktoren (PFZ). Zum Beispiel ist $36 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2^2 \cdot 3^2$ oder $1230 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 41$. Wir nennen in dieser Aufgabe die Anzahl der Primfaktoren einer Zahl ihre Primlänge. Die beiden Zahlen 36 und 1230 haben also beide die Primlänge 4.

a) Welche Primlänge können zweistellige Zahlen höchstens haben?
b) Gib alle zweistelligen Zahlen an, die diese größtmögliche Primlänge aufweisen.
c) Gib alle zweistelligen Zahlen mit der Primlänge 5 an.
d) Finde die größte Primlänge für dreistellige Zahlen.
Gib alle dreistelligen Zahlen an, die diese größte Primlänge aufweisen.

" ....

Erklärung

Ich erkläre hiermit, dass ich die Aufgaben ohne fremde Hilfe gelöst habe.
Name, Anschrift und Schule bitte in Druckschrift)

VORNAME: .... **NAME:** ....

STRASSE: .... **PLZ:** .... **DORTMUND**

TELEFON: ....

SCHULE: .... **KLASSE:** ....

DATUM: .... **UNTERSCHRIFT:** ....

Schicke Deine Lösungen mit der ausgefüllten, abgetrennten Erklärung (siehe oben) bis zum 01.10.2009 (Poststempel) an das:
Immanuel-Kant-Gymnasium, Stichwort: „Mathematik-Wettbewerb", Grüningsweg 42 – 44, 44319 Dortmund

Altersgruppe Klasse 7

Aufgabe 1

Tim und Stefanie unterhalten sich und stellen fest, dass die Mathematik-Olympiade dieses Jahr ihren 50. Geburtstag feiert. Darauf meint Stefanie, dass sie ein gutes Rätsel kenne. Tim will es sofort hören. Also sagt Stefanie: "Denke dir eine Zahl und addiere zu ihr 17, multipliziere das Ergebnis mit 3 und subtrahiere deine Zahl. Anschließend subtrahiere 1. Danach dividiere das Ergebnis durch 2 und subtrahiere erneut die von dir gedachte Zahl, abschließend multipliziere mit 2. Wetten, du erhältst 50?"
Obwohl Tim das vorausgesagte Ergebnis erhält, will er nicht glauben, dass jede beliebige Zahl die Geburtstagszahl der Mathematik-Olympiade liefert.

a) Zeige an einem selbstgewählten Beispiel, dass Stefanie bei diesem Beispiel recht hat.
b) Untersuche, ob man bei jeder gedachten Zahl tatsächlich das von Stefanie vorausgesagte Ergebnis erhält.

Aufgabe 2

Ein Dreieck ABC hat die folgenden Eigenschaften:

(1) Die Strecken $\overline{AC}$ und $\overline{BC}$ sind gleich lang.
(2) Die Winkelhalbierende des Innenwinkels BAC schneidet die Seite $\overline{BC}$ im Punkt E.
(3) Die Gerade $\overline{AE}$ steht senkrecht auf der Seite $\overline{BC}$.

Untersuche, ob sich aus diesen Angaben die Größen der Innenwinkel im Dreieck ABC eindeutig bestimmen lassen. Wenn dies der Fall ist, dann gib diese Winkelgrößen an.

Aufgabe 3

Kurt spielt mit einem Satz Bauklötze.

a) Er hat genau einen Würfel mit der Kantenlänge 7 cm, je fünf Würfel mit den Kantenlängen 4cm und 3 cm, sechs Würfel mit der Kantenlänge 2 cm und zwölf Würfel mit der Kantenlänge 1 cm.
   Weise nach, dass Kurt aus diesen Spielwürfeln keinen vollständigen Quader bauen kann, wenn er dabei alle Würfel verwenden will.
b) Nun hat Kurt genau einen Würfel mit der Kantenlänge 6 cm, acht Würfel mit der Kantenlänge 4 cm, fünfzehn Würfel mit der Kantenlänge 2 cm und zehn Würfel mit der Kantenlänge 1 cm zur Verfügung.
   Untersuche, ob Kurt aus diesen Spielwürfeln einen vollständigen Quader bauen kann, wenn er dabei wieder alle Würfel verwenden will. Begründe deine Antwort auch hier.

" ....

Erklärung

Ich erkläre hiermit, dass ich die Aufgaben ohne fremde Hilfe gelöst habe.
Name, Anschrift und Schule bitte in Druckschrift)

VORNAME: .... **NAME:** ....

STRASSE: .... **PLZ:** .... **DORTMUND**

TELEFON: ....

SCHULE: .... **KLASSE:** ....

DATUM: .... **UNTERSCHRIFT:** ....

Schicke Deine Lösungen mit der ausgefüllten, abgetrennten Erklärung (siehe oben) bis zum 01.10.2009 (Poststempel) an das:
Immanuel-Kant-Gymnasium, Stichwort: „Mathematik-Wettbewerb“, Grüningsweg 42 – 44, 44319 Dortmund

Altersgruppe Klasse 8

Aufgabe 1

Auf einem Tisch stehen 4 geschlossene Kästchen. Eines davon enthält Goldklumpen, eines Sand, eines Kieselsteine und eines Holzkugeln. Drei dieser Kästchen sind beschriftet. Auf einem steht ”Gold oder Sand“, auf einem anderen ”Kieselsteine oder Holz“ und auf dem dritten ”Gold oder Holz“. Anna darf sich eines dieser Kästchen auswählen und möchte natürlich das mit dem Gold bekommen. Sie erfährt, dass alle Aufschriften der Wahrheit entsprechen. Anna darf zwar keines der Kästchen anfassen, aber bevor sie eines auswählt, darf sie sich eines öffnen lassen und hineinschauen.
Untersuche, ob es für Anna eine Möglichkeit gibt, mit Sicherheit das Kästchen mit dem Gold zu erhalten.

Aufgabe 2

Paul hat die rechts stehende Methode für das Quadrieren zweistelliger Zahlen entdeckt.

$$\begin{array}{c} 67^2 \\ \hline 42 \\ 3649 \\ 42 \\ \hline 4489 \end{array}$$

a) Erkläre diese Methode und berechne auf die gleiche Weise 592, 822 und 192.
b) Erkläre, warum dieses Rechenverfahren funktioniert.
c) Finde und erkläre ein entsprechendes Verfahren für das Quadrieren dreistelliger Zahlen.

Aufgabe 3

Gegeben ist ein Dreieck ABC mit folgenden Eigenschaften:
(1) Auf der Strecke $\overline{AB}$ liegt ein Punkt D.
(2) Die Größe α des Innenwinkels BAC ist kleiner als 45°.
(3) Die Größe des Winkels BDC ist gleich dem Dreifachen von α.
(4) Die Größen der Winkel ACB und BDC sind gleich.

a) Ermittle die Größe β des Winkels CBA für den Fall, dass α = 20° gilt und fertige eine geeignete Skizze (α = 20°) an.
b) Ermittle für alle möglichen Werte von α die Größe β des Winkels CBA in Abhängigkeit von α.
c) Ermittle alle Werte α, für die ABC ein rechtwinkliges Dreieck ist.

Hinweis: Bei Aufgabenteil c) kann auf den Existenznachweis der Dreiecke verzichtet werden.

....

Erklärung

Ich erkläre hiermit, dass ich die Aufgaben ohne fremde Hilfe gelöst habe.
Name, Anschrift und Schule bitte in Druckschrift)

VORNAME: .... **NAME:** ....

STRASSE: .... **PLZ:** .... **DORTMUND**

TELEFON: ....

SCHULE: .... **KLASSE:** ....

DATUM: .... **UNTERSCHRIFT:** ....

Schicke Deine Lösungen mit der ausgefüllten, abgetrennten Erklärung (siehe oben) bis zum 01.10.2009 (Poststempel) an das:
Immanuel-Kant-Gymnasium, Stichwort: „Mathematik-Wettbewerb“, Grüningsweg 42 – 44, 44319 Dortmund

Altersgruppe Klasse 9

Aufgabe 1

Anlässlich des 50. Geburtstages der Mathematik-Olympiade lädt Professor Knobelfix eine gewisse Anzahl guter Schüler zu einem mathematischen Ferienlager ein. In seiner Eröffnungsrede stellt Prof. Knobelfix fest: "Wenn jeder Teilnehmer am Ende der Veranstaltung mit jedem anderen genau eine Fotografie von sich selbst austauschen würde, dann müssten insgesamt genau 2450 Fotos verteilt werden."
Untersuche, ob aus der Feststellung von Prof. Knobelfix eindeutig bestimmt werden kann, wie viele Schüler am Ferienlager teilnehmen. Ist dies der Fall, dann gib die Anzahl dieser Schüler an.

Aufgabe 2

Gegeben ist ein Dreieck ABC mit folgenden Eigenschaften:
(1) Auf der Strecke $\overline{AB}$ liegt ein Punkt D.
(2) Die Größe α des Innenwinkels BAC ist kleiner als 45°.
(3) Die Größe des Winkels BDC ist gleich dem Dreifachen von α.
(4) Die Größen der Winkel ACB und BDC sind gleich.

a) Ermittle die Größe β des Winkels CBA für den Fall, dass α = 20° gilt und fertige eine geeignete Skizze (α = 20°) an.
b) Ermittle für alle möglichen Werte von α die Größe β des Winkels CBA in Abhängigkeit von α.
c) Ermittle alle Werte α, für die ABC ein rechtwinkliges Dreieck ist.

Hinweis: Bei Aufgabenteil c) kann auf den Existenznachweis der Dreiecke verzichtet werden.

Aufgabe 3

Man kann eine achtstellige Zahl bilden, indem man sich eine vierstellige Zahl ausdenkt und diese zweimal hintereinander schreibt.

Finde
a) die größte und
b) die kleinste

von eins verschiedene natürliche Zahl, durch die jede achtstellige Zahl dieser Form teilbar ist.

Hinweis: Eine Zahl heißt m-stellig, wenn sie m Ziffern besitzt, wobei die erste nicht Null sein darf.

" ....

Erklärung

Ich erkläre hiermit, dass ich die Aufgaben ohne fremde Hilfe gelöst habe.
Name, Anschrift und Schule bitte in Druckschrift)

VORNAME:	**..**	**NAME:**	**..**
STRASSE:	**..**	**PLZ:**	**...................... DORTMUND**
TELEFON:	**....................................**		
SCHULE:	**...**	**KLASSE:**	**..........**
DATUM:	**..........................**	**UNTERSCHRIFT:**	**...**

Schicke Deine Lösungen mit der ausgefüllten, abgetrennten Erklärung (siehe oben) bis zum 01.10.2009 (Poststempel) an das:
Immanuel-Kant-Gymnasium, Stichwort: „Mathematik-Wettbewerb“, Grüningsweg 42 – 44, 44319 Dortmund

Altersgruppe Klasse 10 und 11

Aufgabe 1

Gegeben ist ein Winkel mit dem Scheitel A und mit der Größe a, wobei gilt $0° < \alpha < 180°$. Auf den Schenkeln dieses Winkels wähle man sich je einen von A verschiedenen Punkt B bzw. C aus, so dass ein Dreieck ABC entsteht. In diesem Dreieck schneiden sich die durch B bzw. C verlaufenden Winkelhalbierenden des Dreiecks ABC in einem Punkt I.

Weisen Sie nach, dass die Größe δ des Winkels $\sphericalangle$ BIC nicht von der gewählten Lage der Punkte B und C abhängt.

Aufgabe 2

Man kann eine achtstellige Zahl bilden, indem man sich eine vierstellige Zahl ausdenkt und diese zweimal hintereinander schreibt.

Finde
a) die größte und
b) die kleinste
von eins verschiedene natürliche Zahl, durch die jede achtstellige Zahl dieser Form teilbar ist.
Hinweis: Eine Zahl heißt m-stellig, wenn sie m Ziffern besitzt, wobei die erste nicht Null sein darf.

Aufgabe 3

Aus der Menge M = {1; 2; 3;. . . ; 179} werden drei verschiedene Zahlen zufällig und ohne Berücksichtigung der Reihenfolge ausgewählt.
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass sie die Gradzahlen der Innenwinkel eines Dreiecks sind?

" ....

Erklärung

Ich erkläre hiermit, dass ich die Aufgaben ohne fremde Hilfe gelöst habe.
Name, Anschrift und Schule bitte in Druckschrift)

VORNAME: .... **NAME:** ....

STRASSE: .... **PLZ:** .... **DORTMUND**

TELEFON: ....

SCHULE: .... **KLASSE:** ....

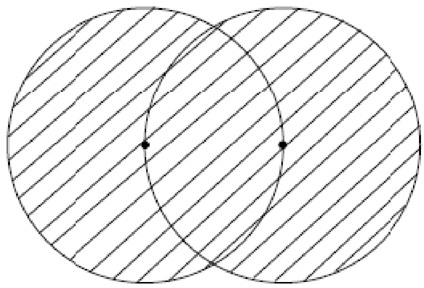
DATUM: .... **UNTERSCHRIFT:** ....

Schicke Deine Lösungen mit der ausgefüllten, abgetrennten Erklärung (siehe oben) bis zum 01.10.2009 (Poststempel) an das:
Immanuel-Kant-Gymnasium, Stichwort: „Mathematik-Wettbewerb“, Grüningsweg 42 – 44, 44319 Dortmund

Altersgruppe Klasse 12 und 13

Aufgabe 1

Zwei Kreise mit gleichem Radius r schneiden sich so, dass der Mittelpunkt jedes Kreises auf dem Rand des jeweils anderen Kreises liegt, vgl. nebenstehende Abbildung.



Man bestimme den Flächeninhalt und den Umfang der schraffierten Fläche.

Aufgabe 2

Man bestimme alle reellen Zahlen x, die die folgende Ungleichung erfüllen:

$$\frac{\sqrt{x+2}}{x} < 1$$

Aufgabe 3

In einem Kurbad gibt es 100 Duschkabinen. In jeder Kabine befindet sich ein Hahn, der die Wasserzufuhr zur Dusche dieser Kabine regelt. Durch ein Versehen bei der Installation setzt aber jeder Hahn außerdem auch die Duschen in genau 5 anderen Kabinen in Betrieb.

Man beweise, dass die Kurverwaltung dann immer 10 Kabinen auswählen kann, in denen von der Fehlfunktion nichts zu bemerken ist, wenn die übrigen 90 Kabinen gesperrt werden.

" ....

Erklärung

Ich erkläre hiermit, dass ich die Aufgaben ohne fremde Hilfe gelöst habe.
Name, Anschrift und Schule bitte in Druckschrift)

VORNAME: .... **NAME:** ....

STRASSE: .... **PLZ:** .... **DORTMUND**

TELEFON: ....

SCHULE: .... **KLASSE:** ....

DATUM: .... **UNTERSCHRIFT:** ....

Schicke Deine Lösungen mit der ausgefüllten, abgetrennten Erklärung (siehe oben) bis zum 01.10.2009 (Poststempel) an das:
Immanuel-Kant-Gymnasium, Stichwort: „Mathematik-Wettbewerb“, Grüningsweg 42 – 44, 44319 Dortmund